Fondamenti di Automatica — 03-07-2013

Si consideri il sistema meccanico rappresentato in figura 1.

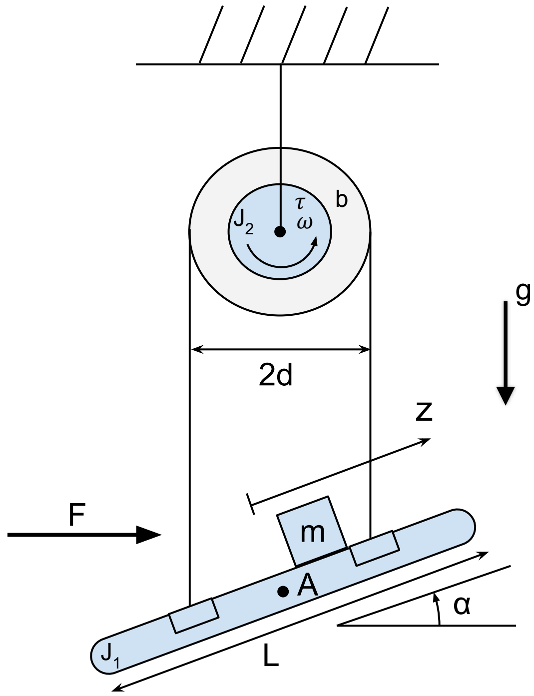

Figura 1: Sistema meccanico

Il sistema è composto da un motore di inerzia J_2, il quale è collegato attraverso un accoppiamento viscoso b ad una puleggia di raggio d ad esso concentrica. Sulla puleggia passa un cavo inestensibile rigidamente vincolato a muoversi con la puleggia stessa. Tale cavo è collegato ad un piattello di lunghezza L attraverso due guide che possono scorrere senza attrito parallelamente al piattello. In tal modo la distanza orizzontale fra le due parti del cavo è sempre pari a $2d$. Di conseguenza il piattello può solo ruotare attorno ad un perno centrale situato in corrispondenza del punto A. Sul piattello si trova infine un corpo di massa m, libero di scorrere senza attrito. Tale massa è soggetta, oltre che alla forza di gravità anche ad una forza esterna F che agisce orizzontalmente (vedi figura 1).

Indicando con z la posizione rispetto al punto A della massa m sul piattello, con α l'angolo formato fra il piattello e l'orizzontale, con τ la coppia di attuazione del motore e con ω la sua velocità di rotazione (vedi figura 1), le equazioni che descrivono il comportamento dinamico del sistema sono:

$$m\,\ddot{z} + m\,g\sin(\alpha) - m\,\dot{\alpha}^2\,z = F\cos(\alpha)$$

$$(J_1 + mz^2)\ddot{\alpha} + b\left(\frac{\dot{\alpha}}{\cos^2(\alpha)} - \omega\right) + m\,z\,g\,\cos(\alpha) + 2\,m\,z\,\dot{\alpha}\,\dot{z} = 0$$

$$J_2\dot{\omega} + b\left(\omega - \frac{\dot{\alpha}}{\cos^2(\alpha)}\right) = \tau\,.$$

A Si determinino gli equilibri del sistema corrispondente ad un disturbo di forza $F = \bar{F}$ costante.

B Supponendo di disporre della misura della posizione z della massa m, e di poter agire sulla coppia τ, si determini una rappresentazione in forma di stato del sistema linearizzato intorno all'equilibrio calcolato al punto precedente.

Si considerino i seguenti valori numerici: $b = 1.5$ N s/m; $m = 0.2$ Kg; $g = 9.8$ m/s^2; $\bar{F} = 1.96$ N; $J_1 = 0.5$ Kg m^2; $J_2 = 2.5$ Kg m^2; $d = 0.2$ m; $L = 0.8$ m; $\bar{z} = \dfrac{d}{\cos\bar{\alpha}}$, dove $\bar{\alpha}$ è il valore di equilibrio per α trovato al punto **A**.

C Si determinino le funzioni di trasferimento tra l'ingresso $u = \tau$ e l'uscita $y = z$, e tra il disturbo $u_d = F$ e l'uscita $y = z$. Si discuta inoltre la stabilità dell'equilibrio del sistema linearizzato e se ne dia un'interpretazione fisica.

D Si determini una legge di controllo per τ che agisca in modo da garantire che:

D.1 partendo dalle condizioni di equilibrio, la massa sul cavo raggiunga la posizione $z = 0.38$ m con un errore minore di 0.1 cm senza uscire dal piattello e restando in un intervallo pari a $z = 0.38$ m ± 0.5 cm entro un tempo di 1 s;

D.2 l'effetto di un disturbo di forza F costante non superiore a 1 N non abbia a regime alcun effetto sull'uscita.

Si riportino quindi:

- il controllore progettato;
- il diagramma a blocchi del sistema con il controllore progettato;
- il diagramma di Bode con le relative specifiche da rispettare;
- la risposta al gradino ottenuta con le caratteristiche significative.

E Si scriva una funzione Matlab che simuli la dinamica discretizzata del controllore progettato, discutendo sulla scelta del tempo di campionamento. Si effettui poi una simulazione del sistema linearizzato chiuso in retroazione con il controllore discretizzato.